

一种基于可能碰撞集的碰撞检测方法

罗冠 郝重阳 樊养余

(西北工业大学电子与信息工程研究所,西安虚拟现实工程技术研究中心,西安 710072)

摘要 为了提高虚拟环境中碰撞检测的实时性和有效性,提出了一种基于可能碰撞集的碰撞检测方法.该方法首先通过预测环境中刚体在当前帧和下一帧之间的可能运动轨迹来构建一个各边与世界坐标系各坐标轴平行,且包围该运动轨迹的包围盒;然后利用空间平铺技术来快速检测与某一平铺单元同时相交的轨迹包围盒,即可得到当前帧的可能碰撞集;接着对可能碰撞集中的刚体对进行最早碰撞时间 t_{min} 的求解,并根据 t_{min} 进行排序;最后只对具有最小 t_{min} 值的刚体对进行碰撞检测.仿真试验结果表明,与目前已有的碰撞检测算法相比,该方法简单、快速,不仅可以有效解决多个刚体环境中碰撞发生的次序问题,同时,该方法还能保证碰撞检测的完整性和唯一性;另外,理论和实践也证明了该方法的正确性和有效性.

关键词 计算机仿真(520·6020) 虚拟环境 刚体 包围盒 可能碰撞集 碰撞检测 哈希表
中图分类号: TP391.9 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2003)09-1067-06

A Collision Detection Method Based on Possible Collision Set

LUO Guan, HAO Chong-yang, FAN Yang-yu

(Institute of Electronic Information Engineering of Northwestern Polytechnical University,
Xi'an Technical Research Center of Virtual Reality, Xi'an 710072)

Abstract A simple, fast collision detection method is presented, which is based on possible collision set (PCS). The algorithm comprises two main parts; the construction of the possible collision set and the computation of the soonest possible time of collision. First a track bounding box, whose edges are parallel to the global coordinate axes is computed for each rigid body in the environment. Then a spatial tiling technique is employed to obtain a possible collision set P of current frame by searching which bounding boxes overlap. After that, a soonest possible time of collision t_{min} is estimated for every pair of rigid bodies in the P based on Lin-Canny closest features algorithm. Thus the collision check will only be applied to the element that has the minimum value of t_{min} . Compared with other methods, this one can reduce times of collision check dramatically in collision intensive environment and real time or near real time collision detection can be achieved easily. In addition, the PCS method assures integrality and uniqueness of collision detection in the environment. Some simulation tests are also designed based on the method. The correctness and effectiveness are proved in both theory and practice.

Keywords Virtual Environment, Rigid body, Bounding box, Possible collision set, Collision detection, Hash table

0 引言

碰撞问题是基于动力学仿真的虚拟环境技术的一个重要问题,其结果将直接影响到虚拟环境的可信度.具体来说,碰撞问题涉及到碰撞检测和碰撞响应两个方面的内容.许多专家和学者对其进行了深入的分析研究,并在理论和实际应用方面提出了许多有价值的研究成果^[1~6],如文献[7]就对二维和

三维空间的碰撞检测和碰撞规避问题进行了较为全面的综述,这里不再具体分析比较.

本文在虚拟现实引擎^[8]研究中,考虑到虚拟环境的可交互性和实时性要求,提出了一种简单、快速的基于可能碰撞集(possible collision set, PCS)的碰撞检测方法.其基本思路是:首先利用刚体的动力学和运动学方程及刚体在第 i 帧的状态来预测其在第 $i+1$ 帧的可能状态,同时构建一个各边与世界坐标系的各坐标轴平行且包围两帧之间刚体运动轨迹

的包围盒;然后利用空间平铺技术来快速检测与某一平铺单元同时相交的轨迹包围盒,即可得到第*i*帧的可能碰撞集;接着对可能碰撞集中的刚体对进行最早碰撞时间 t_{min} 的求解,最后根据 t_{min} 按升序进行排序.这样,在某一时刻,由于只需对具有最小 t_{min} 值的刚体对进行碰撞检测,从而可以大大减少碰撞检测的次数,即可有效提高系统碰撞检测的效率.

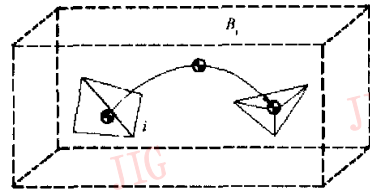


图1 刚体的轨迹包围盒

1 可能碰撞集

1.1 基本理论

为了便于引入PCS的定义,首先介绍文献[9]中相关的重要定理,具体证明可参见原文.

定义1 对于*d*维空间中的对象*o*,如果*o*中存在任意点*p*,使得当以*p*为球心的任意超球不能完全包含*o*时,且该超球被*o*覆盖的部分不小于 $1/k$ 时,则称对象*o*为*k*宽对象.

定义2 当且仅当每个分割单元为*k*宽对象,*d*维空间的一个分割称为*k*宽分割.

定理1 若记*V*为*d*维空间中不相交的*k*宽对象的一个集合,则对于每一个 $o \in V$, C_o 为包含*o*的最小轴平行超立方体,也称为包围超立方体.记 C_{min} 为 C_o 中的最小超立方体,则*V*中与 C_{min} 相交的元素个数是有限的.

定理2 若记*V*为*d*维空间中*n*个不相交的*k*宽对象的集合,则*R*为 C_o 中最大与最小超立方体的度量之比.若 $R \leq 2$,则存在哈希表,使得在 $O(1)$ 时间内可找到包含空间中某点*p*的*k*宽对象,而其空间复杂度为 $O(n)$.若 $R > 2$,则总可以在*V*中找到 $O(\log R)$ 个划分,使得每个划分满足 $R \leq 2$.这样,查找包含空间任意一点*p*的*k*宽对象的时间复杂度为 $O(\log R)$,空间复杂度为 $O(n)$.

定理2中强调集合*V*中的*n*个*k*宽对象是互不相交的,其目的是为了对空间任意点唯一定位.由于需要,因此本文将其推广到*n*个可相交的*k*宽对象,其结论依然成立.

定理3 记 B_i 为刚体*i*在当前帧的轨迹包围盒(如图1所示), C_i 为包含 B_i 的最小包围立方体.在一个包含*n*个刚体的环境,对 C_i 从小到大排序,记*R*为 C_n, C_1 度量之比.则存在哈希表,使得查找与任意 B_i 相交的轨迹包围盒的时间复杂度为 $O(\log R)$.

证明 若 $R \leq 2$,并利用 C_i 对空间进行平铺,则任意 B_i 只与有限个平铺单元相交,记 S_i 为与 B_i 相

交的平铺单元的集合.

可通过将每个非空平铺单元的左下坐标除以 C_i 的度量来唯一表示每个平铺单元,这样每个平铺单元即可由3个整数坐标表示.

构建哈希表,并将该整数坐标和与其相交的 B_i 的下标*i*存储到哈希表中.

若要检测 B_j 是否与 B_i 相交,则可以检测 B_j 是否与 S_i 中的元素相交.如果对 B_j 的左下标除以 C_i 的度量,则可以以常数时间在哈希表中查询得到结果,并将*j*存入相应所在的单元.

若 $R > 2$,则集合划分方法如定理2描述.

证毕.

通过上述证明可以发现,即使 B_j 不与 B_i 相交,但仍可能与 S_i 中的元素相交,即可能造成虚检测.对于这种情况,仍可以按照相交处理.如果刚体对(*i*,*j*)确实可能发生碰撞,那么它们在下一帧的轨迹包围盒就会相交,也就是说,其仍会被添加到可能碰撞集中;而如果它们不会发生碰撞,那么它们以后的轨迹包围盒就会距离更远,这样它们也就会从当前可能碰撞集中删除掉.

1.2 可能碰撞集

定义3 记 P_i 表示刚体*i*与所有可能与其发生碰撞的刚体*j*所组成的刚体对的集合,即 $P_i = \{(i, j) | j \in Z_n, j \neq i\}$,其中 $Z_n = \{1, 2, \dots, n\}$.

由定理3可知, P_i 可由 S_i 中有限个平铺单元确定,且搜索的时间复杂度为 $O(\log R)$.

定义4 记*P*为环境中所有可能发生碰撞的刚体对组成的集合,即为可能碰撞集,则

$$P = \bigcup_{i=1}^n P_i$$

由该定义可知,确定*P*的时间复杂度为 $O(n \log R)$.

根据定理3证明可知,由于*P*是环境中实际发生碰撞刚体对集合的超集,它不小于实际碰撞集合,因而可保证碰撞检测的完整性.当*P*为由环境中任意两个刚体组成的刚体对集合时,就退化为常规检

测方法. 确定 P 的目的是为了寻找一个尽可能少的包含虚检测的可能碰撞刚体对的集合.

若集合 P 的基数为 u , 则易知总的碰撞检测的次数为 $O(nu)$, 最坏情况下为 $O(n^2)$. 但在实际情况中会好得多, 因为大多刚体不是距离很远, 就是没有相对靠近的趋势.

1.3 第1类完整性及唯一性^[10]

定义5 如果一种碰撞检测方法可以检测出环境中所有的碰撞, 则称该方法具备碰撞检测的第1类完整性.

定理4 基于PCS的碰撞检测方法具备第1类完整性.

证明 不失一般性, 假设刚体对 (i, j) 会发生碰撞, 则它们在某一时刻的轨迹包围盒必发生相交.

从而使得 $(i, j) \in P$, 且 $(j, i) \in P$.

也即 $(i, j) \in P$, 也就是任何可能发生碰撞的刚体对必为 P 中的元素.

也即基于PCS的碰撞检测方法具备第1类完整性.

证毕.

实际上, 正如上节分析所得, 由于 P 是环境中实际发生碰撞刚体对集合的超集, 因此保证了碰撞检测的第1类完整性.

同时, 由于刚体对 (i, j) 和 (j, i) 在 P 中为同一元素, 因此保证了碰撞检测的唯一性.

2 最早碰撞时间

2.1 序列化碰撞检测

确定 P 后, 需要先对 P 中所有刚体对进行最早碰撞时间 t_{\min} 的求解, 然后即可通过 t_{\min} 来进行序列化碰撞检测, 以进一步减少碰撞检测的次数.

若记刚体对 $(i, j) \in P$ 的最近特征距离为 $d_{i,j}$, 则利用 Lin-Canny 最近特征算法^[3,5] 可以快速获得 (i, j) 的最近特征距离, 且算法的时间复杂度趋于常数. 记 $\hat{d}_{i,j}$ 为当前最近特征之间的单位向量, 则

$$t_{\min} = \frac{d_{i,j}}{(\mathbf{v}_j, \mathbf{v}_i) \cdot \hat{d}_{i,j} + r_i w_i + r_j w_j}$$

其中, \mathbf{v} 为刚体速度, r 为刚体包围球半径, w 为刚体角速度.

由此可见, 如果刚体对 (i, j) 确实会发生碰撞, 那么 t_{\min} 则是刚体对实际发生碰撞所需时间的下界. 若对所有刚体对的 t_{\min} 按从小到大进行排序, 则在某

一时刻, 只需要对当前具有最小 t_{\min} 值的刚体对 (i, j) 进行自适应步长的碰撞检测, 即可实现所有刚体的碰撞检测.

设判断发生碰撞的检测阈值为 ϵ . 若在某一时刻, 刚体对 (i, j) 的最近特征距离 $d_{i,j} > \epsilon$, 则判断没有发生任何碰撞. 这时, 由于在没有到达下一帧之前, P 中的元素不会发生变化, 因而只需要更新 P 中所有刚体对的 t_{\min} 值, 并重新对 t_{\min} 进行排序, 同时调整时间步长, 进入下一轮判断即可.

若刚体对 (i, j) 的最近特征距离 $d_{i,j} \leq \epsilon$, 则判断发生碰撞. 此时应首先对刚体对 (i, j) 进行碰撞求解, 然后更新 P , 才可进入下一轮计算.

可见, 最早碰撞时间的求解、排序, 由于其不仅可以进一步减少某一时刻碰撞检测的次数, 以保证实时或趋于实时地完成碰撞检测, 还可有效解决多个刚体对发生碰撞时的次序问题, 因而在一定程度上保证了虚拟环境的可信度.

2.2 第2类完整性^[10]

定义6 如果一种碰撞检测方法可以检测出某一时刻环境中需要处理的所有碰撞, 则称该方法具备碰撞检测的第2类完整性.

定理5 最早碰撞时间保证了碰撞检测的第2类完整性.

证明 不失一般性, 假设刚体对 $(i, j) \in P$ 具有最小 t_{\min} , 则表明刚体对 (i, j) 有可能最先在到达下一帧之前发生碰撞.

若在某一时刻, 其最近特征距离 $d_{i,j} > \epsilon$, 则更新 P 中所有刚体对的 t_{\min} 值, 并重新对 t_{\min} 进行排序. 假设这时刚体对 $(l, m) \in P$ 具有最小 t_{\min} , 则对 (l, m) 进行碰撞检测.

该循环结束有如下两种可能性, 一是某个刚体对发生碰撞, 一是已经到达下一帧.

无论如何, 在对 P 更新后, 即可进入下一轮计算.

如果存在多个刚体对同时发生碰撞的情况(实际中总是存在细微的差别), 则会按顺序在下一轮计算中被及时处理.

由此可见, 某一时刻环境中需要处理的所有碰撞都可以被检测到, 并可及时处理.

证毕.

3 算法描述

基于本文方法的碰撞检测算法描述如下:

```

for (i=1; i≤n; i++) {
    predict(i); // 根据刚体 i 的当前状态, 预测下一帧的可能状态
    track_boundbox(i); // 求解刚体 i 的轨迹包围盒
    minboundCube(i); // 求解刚体 i 轨迹包围盒的最小包围立方体
}
C1 = min(minboundCube); // 求解包围立方体最小值
spacetile(C1); // 用 C1 对空间进行平铺, 这里假设 R≤2
initialhash(C1); // 根据 C1 的空间平铺初始化哈希表
for (i=1; i≤n; i++) {
    if (tile_intersect(i)) // 如果刚体的轨迹包围盒与某个单元相交
        storehash(i); // 存储 i 到相应单元
}
P = searchhash(C1); // 搜索哈希表, 得到 P
for (i, j) ∈ P do // 求解 P 中刚体对的最早碰撞时间
    t_min = collisiontime(i, j);
    ascendingsort(t_min); // 对 t_min 进行排序
    while (! collide(i, j) && ! nextframe()) { // 对具有最小 t_min 的

```

```

刚体对进行碰撞检测, 如果没有发生碰撞且没有达到下一帧, 则只需更新 t_min
        update(t_min);
    }
    if (collide(i, j)) // 如果发生碰撞, 则进行碰撞求解
        collisionresolve(i, j);
    update(P); // 不论跳出 while 循环的原因, 都需要更新 P

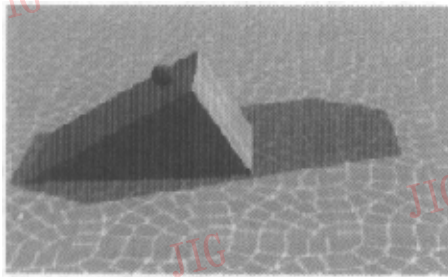
```

4 仿真结果与分析

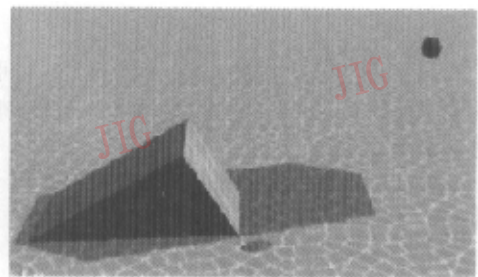
为了验证本文方法的有效性, 选择了两个典型的环境进行了仿真试验, 并对仿真结果进行了分析。

4.1 运动的小球

在虚拟环境中, 初始设置了一个倾斜角为 30° 的固定斜坡。试验时, 在 t_0 时刻, 将一个小球置于斜坡前一定距离, 并在水平方向对其施加作用力 F , 以使其开始运动。设在 t_1 时刻, 小球由地面滚上斜坡, 并开始沿斜坡向上运动。图 2(a) 是小球沿斜坡向上运动的影像。



(a) 斜坡上运动的小球



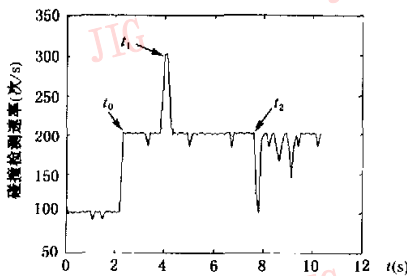
(b) 沿斜坡飞出的小球

图 2 不同时刻小球运动状态

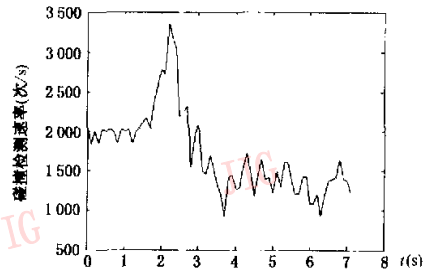
通过调整 F 的大小可以改变小球的运动行为。当作用力足够大时, 小球将沿斜坡飞出, 并作抛物线运动(如图 2(b)所示)。

整个运动过程的碰撞检测速率 CPS(Collisions

per second)如图 3(a)所示, 其中, 设置的检测时间步长为 0.01s。由图 3 可见, t_1 时刻, 由于小球与地面、斜坡都要进行碰撞检测, 因而碰撞检测速率 CPS 达到 300 次/s 左右; t_2 时刻表明小球开始沿斜



(a) 运动小球整个运动过程碰撞检测速率



(b) 多米诺骨牌整个运动过程碰撞检测速率

图 3 虚拟环境的碰撞检测速率曲线

坡飞出作抛物线运动。

该测试有力证明了 PCS 方法可以有效减少不必要的碰撞检测,即在 t_0 之前,只对环境与斜坡进行碰撞检测;在 $t_0 \sim t_1$ 之间是环境与小球及环境与斜坡的碰撞检测;而在 t_1 时刻则在之前基础上还要加上小球与斜坡的碰撞检测; $t_1 \sim t_2$ 则为环境与斜坡及斜坡与小球的碰撞检测; t_2 时刻之后一段时间只有环境和斜坡的碰撞检测;最后稳定后,才进行环境与小球及环境与斜坡的碰撞检测。

4.2 多米诺骨牌

多米诺骨牌测试属于典型的碰撞集中环境的测试。在虚拟环境中,初始放置了 20 个等间隔的骨牌,其碰撞过程是在 t_0 时刻,沿水平方向对第 1 张骨牌的上边沿施加作用力 F ,由于与摩擦力合力矩的作用,使得骨牌以一定的速度倒下而撞向第 2 张骨牌,接着第 2 张骨牌撞向第 3 张,以此类推,直到所有骨牌倒下。图 4 显示了碰撞中倒下的多米诺骨牌。

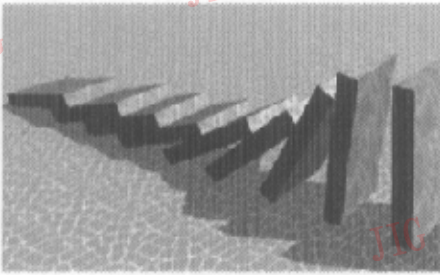


图 4 碰撞中的多米诺骨牌

整个碰撞过程的碰撞检测速率如图 3(b)所示。由图 3(b)可以看出,由于对碰撞检测进行了序列化,当环境在达到一个检测高峰后,其检测次数反而大大下降,从而保证了检测的实时性。

5 结束语

本文提出了一种简单、快速的基于可能碰撞集的碰撞检测方法,并从理论和实践上证明了该方法的正确性与有效性。与目前已有的方法相比,本方法具有以下特点:

(1) 大多已有的方法专注于如何解决两个刚体之间的碰撞检测问题,而忽视了在多个刚体环境中碰撞发生的次序问题。如果在一个检测步长内,某个刚体发生多次碰撞,那么其碰撞发生的次序将是很重要的,否则就会造成不真实感。本文方法由于对可

能碰撞刚体对的最早碰撞时间进行排序,因此可以有效解决这一问题;

(2) 由于本文是采用 Lin-Canny 最近特征算法及其改进算法来快速获得某一时刻两个运动刚体之间的最近特征,因此算法的时间复杂度趋于常数。文献[11]提出了一种快速计算空间点到任意多面体的有符号距离的方法,但由于该方法没有给出如何将该空间点和另一个多面体最近特征相关联的说明,因而存在一定局限;

(3) 与已有的方法不同,本文提出的最早碰撞时间 t_{min} 并不是对碰撞发生时刻的预测。因为传统方法通常是根据一个碰撞预测值来进行二进搜索或通过回溯求解来求得碰撞发生的精确时刻,而本文方法则仅通过 t_{min} 排序来对具有最小 t_{min} 的刚体对进行自适应步长的碰撞检测,所以不仅减少了碰撞检测的次数,而且从算法实现上来说也相对比较简单;

(4) 通过空间平铺技术构建一个哈希表来快速检测与某一平铺单元同时相交的轨迹包围盒,即可确定可能碰撞集。算法的时间复杂度为 $O(n \log R)$;

(5) 本文方法保证了碰撞检测的完整性和唯一性。具体来说,就是可能碰撞集不仅保证了碰撞检测的第 1 类完整性,同时还保证了碰撞检测的唯一性;而最早碰撞时间则保证了碰撞检测的第 2 类完整性;

(6) 如果某一时刻和某一刚体可能发生碰撞的刚体数至多为 u ,则碰撞检测的次数为 $O(nu)$,在最坏情况下,也就是当刚体相互之间比较接近的情况下,碰撞检测次数为 $O(n^2)$ 。但在实际情况中会好多,这样就可以大大减少碰撞检测的次数。

参考文献

- Moore M, Wilhems J. Collision detection and response for computer animation[J]. Computer Graphics, 1988, 22(4):289~298.
- Hahn J K. Realistic animation of rigid bodies[J]. Computer Graphics, 1988, 22(4):299~308.
- Lin M C. Efficient collision detection for animation and robotics [D]. University of California, Berkeley, CA, USA, 1993.
- Mirtich B, Canny J. Impulse-based simulation of rigid bodies [A]. In: Symposium on Interactive 3D Graphics [C]. New York, 1995.
- Ehmann S A, Lin M C. SWIFT: Accelerated proximity queries between convex polyhedra by multi-level voronoi marching [R]. Computer Science Department, University of North Carolina at Chapel Hill, NC, USA, 2000.
- Ganter M A, Uicker J J. Dynamic collision detection using

swept solids [J]. American Society of Mechanical Engineers Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 1986, 108(4):549~555.

- 7 于志强, 洪嘉振, 杨辉. 碰撞检测问题研究综述[J]. 软件学报, 1999, 10(5):545~551.
- 8 罗冠, 郝重阳, 淮永健等. 虚拟现实引擎的设计与实现[J]. 计算机学报, 2001, 24(11):1163~1169.
- 9 Overmars M. Point location in fat subdivisions[J]. Information Processing Letters, 1992, 44(5):261~265.
- 10 王兆其. 虚拟环境中物体运动逼真性的研究[D]. 北京:北京航空航天大学, 1999:12~21.
- 11 方向, 鲍虎军, 王平安等. 点到任意多面体距离的快速计算方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2001, 13(9):788~792.



罗冠 1976年生,于2001年获得西北工业大学工学硕士学位,现为西北工业大学信号与信息处理学科博士研究生.感兴趣的研究方向为计算机图形、实时绘制、虚拟环境技术等.



郝重阳 西北工业大学教授,博士生导师,现任西工大电子与信息工程研究所所长兼中德联合信息技术实验室中方所长、西安虚拟现实工程技术研究中心主任.感兴趣的研究领域为图象图形工程、人机界面、虚拟现实等.



樊养余 1960年生,1999年获西北大学工学博士学位,西北工业大学教授.目前主要从事数字信号处理、数字图象处理及模式识别、虚拟现实等方面研究及应用.发表论文近30篇,出版专业书籍4部.